

עבודת קיץ 2026 לבוגרי כיתה ט' מופ"ת תשפ"ו

העבודה מבוססת על תרגילים מספרים הבאים: "מתמטיקה משולבת"-מכון ויצמן, "משבצת"- גבי יקואל, "שבילים"- מט"ח, עשר בריבוע", "אפשר גם אחרת"-טכניון, מפמרון ט' – ארכימדס.

טכניקה אלגברית

1. צמצמו את הביטויים הבאים:

$$\text{א. } \frac{a^2+8a-20}{a^2-4a+4} \quad \text{ב. } \frac{a^2-12a+36}{a^2-36} \quad \text{ג. } \frac{b^3-6b^2-16b}{b^3-4b} \quad \text{ד. } \frac{b^4-1}{(b^2+b-2)(b+1)}$$

2. א. צמצמו את הביטוי ורשמו את תחום ההצבה: $\frac{(b^2-25)(b^2+3b-10)}{(b^2-4)(b^2-3b-10)}$

ב. האם נכון? נמקו.

- לא קיים ערך של b שעבורו ערך הביטוי שלילי.
- עבור כל ערך של b הביטוי חיובי או שווה ל-0.
- עבור כל ערך של b בתחום ההצבה הביטוי חיובי.
- עבור כל ערך חיובי של b בתחום ההצבה הביטוי גדול מ-1.

3. נתונות שתי תיבות.

שטח הבסיס של התיבה 1 הוא $a^2 - 4$ סמ"ר וגובהה $a + 3$ ס"מ.
שטח הבסיס של התיבה 2 הוא $a^2 + 5a + 6$ סמ"ר וגובהה $2a$ ס"מ.

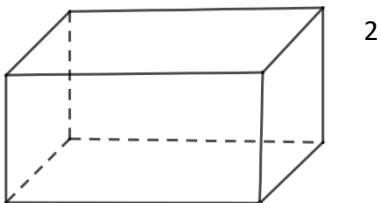
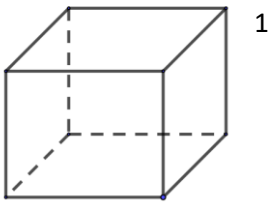
א. הביעו באמצעות a את יחס נפחי התיבות $\frac{V_1}{V_2}$.

ב. האם יתכן ש- $\frac{V_1}{V_2} = 2$? נמקו את תשובתכם.

ג. נתון ש- $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$. מצאו את a .

4. פשטו את הביטויים הבאים:

$$\text{א. } \frac{4x^2-9y^2}{3x+y} : \frac{3y+2x}{9x^2+6xy+y^2} \quad \text{ב. } \frac{x^2-3x-18}{4x-x^3} \cdot \frac{x^2-4x+4}{x^2-36} \quad \text{ג. } \frac{3a-6}{2a^3-8a^2+8a} : \frac{a^2-2a-8}{4a^3-16a}$$



5. פשטו את הביטויים הבאים:

$$\text{א. } \frac{2x^2}{2x^2-3x} - \frac{9}{6x-9} \quad \text{ב. } \frac{b+5a}{a^2-b^2} - \frac{2}{a+b} - \frac{3}{b-a} \quad \text{ג. } \frac{3}{x^2-3x} + \frac{2}{x} + \frac{2}{6-2x}$$

6. פתרו את המשוואות הבאות:

$$\begin{array}{ll} \text{א. } 3x - x^2 = 0 & \text{ה. } x^2 - 8x + 7 = 0 \\ \text{ב. } 9x^2 - 18 = 0 & \text{ו. } 5x^2 - 7x + 2 = 0 \\ \text{ג. } -x^2 - 9 = 0 & \text{ז. } x(2x - 1) - 3(x - 5) = (3x - 1)(2 + x) - 5 \\ \text{ד. } x^2 - 8x + 15 = 0 & \end{array}$$

$$\text{ח. } \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x^2-2x} + \frac{12}{x^2+x}$$

$$\text{ט. } \frac{1}{x^2-5x} + \frac{1}{x+5} = \frac{12}{25-x^2} + \frac{1}{x^2+5x}$$

$$\text{י. } \frac{x-3}{2x-12} - \frac{2}{x-6} = 1 - \frac{1}{x^2-12x+36}$$

$$\text{יא. } \frac{x+10}{x^2+4x} + \frac{x+13}{x^2+9x+20} = \frac{x+9}{x^2+5x}$$

$$\text{יב. } \frac{x^2-16}{x^2-4x} + \frac{x^2+x}{x^2+9x+8} = \frac{16}{x^2+8x}$$

$$\text{יג. } \frac{1}{x^3-4x^2+4x} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{x-3}{x^3-2x^2}$$

$$7. \text{ נתונה משוואה: } \frac{x+5}{x^2-6x-7} + \frac{x}{x^2-x-2} = \frac{x-4}{x^2-9x+14}$$

א. פתרו את המשוואה.

ב. לכל אחד מפתרונות המשוואה הוסיפו את הפרמטר החיובי k. לאחר מכן הכפילו את התוצאות

זו בזו וקיבלו 14. מצאו את ערכו של הפרמטר k.

8. *פתרו את המשוואות הבאות:

$$(x^2 - 6x + 13)^2 = 25 \quad \text{א.}$$

$$(x^2 + x)(x^2 + x - 8) + 12 = 0 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x} - \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2 - 3x - 2} = 1 \quad \text{ג.}$$

$$x(x - 8)(x - 4)^2 = 225 \quad \text{ד.}$$

2) פתרו את המשוואה:

$$\frac{x}{2x^2 - 72} + \frac{2}{x^2 + 12x + 36} = \frac{8x - 15}{24 - 4x} + 2$$

3) בצעו את הפעולה. רשמו תחום הצבה

$$\frac{a^3 - 2a^2 + a}{3a^2 - 5a} \cdot \frac{6a - 10}{2a^2 - 2} * \frac{2a - 4}{a^2 + 12a + 36} : \frac{10 - 5a}{a^3 + 6a^2}$$

9. פתרו את המערכות הבאות:

$$\begin{cases} 6x - 4y = 3 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$\begin{cases} (y + 1)^2 - (y - 2)^2 = x - 9 \\ y + 8 = (x + 4)^2 - (x + 3)^2 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$\begin{cases} y^2 - 10x + 50 = 0 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} (x+3)(y-1) = 4 \\ (x-2)(y+2) = -4 \end{cases} \text{ה.}$$

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \text{ו.}$$

$$\begin{cases} y(2x+1) = 3 \\ x(y-4) = -3 \end{cases} \text{ז.}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ (x+1)^2 + (y-2)^2 = 50 \end{cases} \text{ח.}$$

10. פתרו את אי השוויונות הבאים:

א. $x^2 + 4x > 0$

ב. $x^2 - x - 20 \leq 0$

ג. $9x^2 - 30x + 250 \geq 0$

ד. $4x^2 - 12x + 9 > 0$

גאומטריה

1. לשני משולשים ישרי זווית ABC ו-ABD יש יתר משותף AB.

מהנקודה M הנמצאת על היתר מורידים את האנכים MF ו-ME לצלעות AD ו-AC בהתאמה.

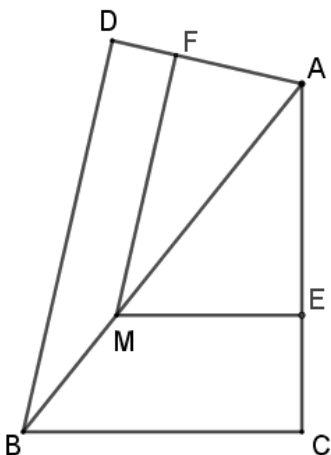
א. הוכיחו: $AF \cdot CE = AE \cdot FD$

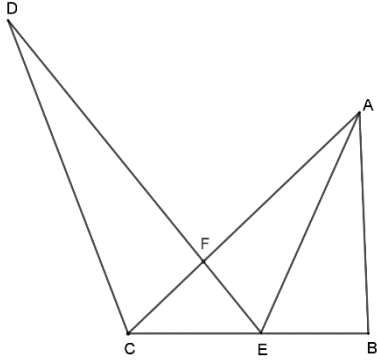
ב. הוכיחו: $MF \cdot CB = ME \cdot BD$

ג. נתון: $AD = 3$ ס"מ, $AF = 2$ ס"מ,

$BC = 4.5$ ס"מ, $AC = 6$ ס"מ

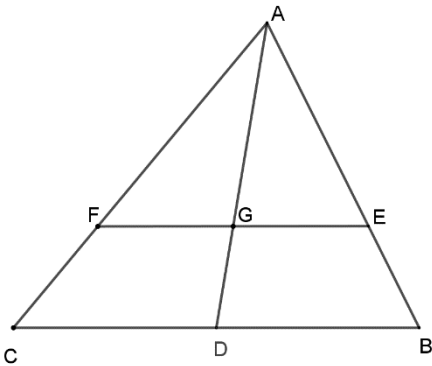
חשבו את שטח הטרפז BCEM.





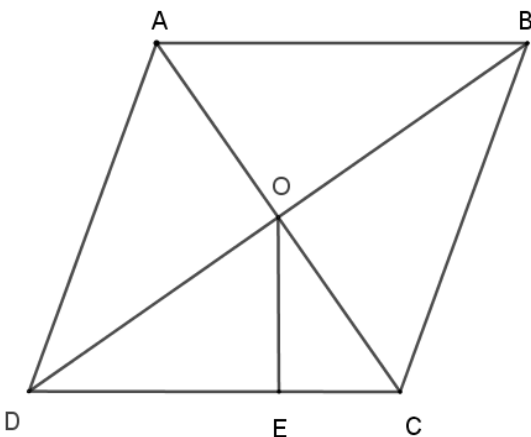
2. AE הוא חוצה זווית BAC במשולש ABC.
 הנקודה D נמצאת מחוץ למשולש ABC כך
 ש- $DE = 50$ ס"מ והיקף המשולש CDE הוא 105 ס"מ.
 AC ו- DE נחתכים בנקודה F.
 נתון: $AC = 40$ ס"מ, $BC = 28$ ס"מ, $2BE = AB$.
 א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$
 ב. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle EFC$
 ג. חשבו את היקף המשולש EFC.

3. הקטע EF מקביל לצלע BC של משולש ABC.
 התיכון AD של המשולש חותך את הקטע EF
 בנקודה G.



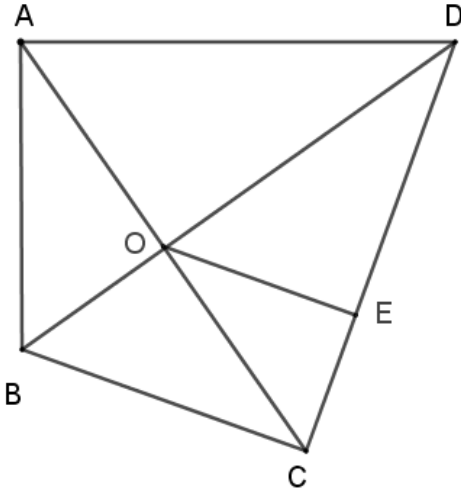
- נתון: שטח הטרפז BDGE גדול ב- 25%
 משטח המשולש AGE.
 א. הוכיחו: התיכון לצלע AB של המשולש ABC
 עובר דרך הנקודה G.
 ב. הוכיחו: $GF = GE$.
 ג. קבעו מה גדול יותר: שטח המשולש BCG
 או שטח המשולש AFG. נמקו את תשובתכם.

4. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה O.
 הנקודה E נמצאת על הצלע CD.



- נתון: שטח המעוין 600 סמ"ר, $OE = 12$ ס"מ
 $DE > CE$, $\angle OED = \angle OEC$

- א. חשב את אורך CE .
- ב. הנקודות F ו- G נמצאות בהתאמה על הקטעים DE ו- DO כך ש $EO \parallel FG$. נתון: $FG = CE$.
- חשבו את אורך DF .



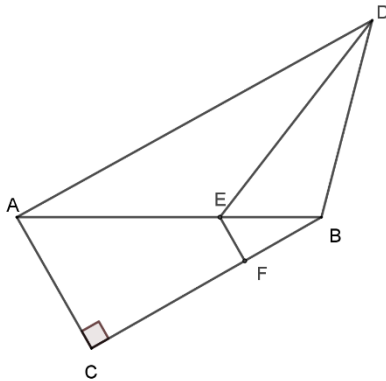
5. בדלתון $ABCD$ $AD = CD$, $BC = AB$, $\angle A = 90^\circ$. אלכסוני הדלתון נחתכים בנקודה O . הנקודה E נמצאת על הצלע CD כך ש $EO \parallel BC$.

נתון: $\frac{S_{\Delta DEO}}{S_{\Delta CEO}} = 4$

א. חשבו את היחס $\frac{EO}{BC}$.

- ב. נתון: שטח הטרפז $BCEO$ הוא 9 סמ"ר. חשבו את היקף הדלתון.

6. למשולש ישר זווית ABC $\angle C = 90^\circ$ ומשולש ABD צלע משותפת AB . הנקודות E ו- F נמצאות בהתאמה על הצלעות AB ו- BC כך ש- DE הוא חוצה זווית D במשולש ABD ו- $AC \parallel EF$.



א. הוכיחו: $AD \cdot BF = BD \cdot CF$.

- ב. נתון: $AD = 20$ ס"מ, $BD = 10$ ס"מ,

$P_{\Delta ABD} = 45$ ס"מ, $\frac{BF}{EF} = \frac{4}{3}$

- חשבו את שטח הטרפז $AEFC$.

פונקציות וגרפים

1. לגבי כל אחת מהפונקציות הבאות קבעו את שיעורי הקדקוד, נקודות חיתוך עם הצירים, תחומי עליה וירידה, תחומי חיוביות ושליליות (אם יש כאלה) ושרטטו סקיצה של הגרף.

א. $y = -2(x - 1)^2 + 8$

ב. $f(x) = (x + 1)(x - 5)$

ג. $p(x) = x^2 - 7x + 10$

ד. $k(x) = -2x^2 + 12x - 19$

2. א. פרבולה בעלת מקסימום חותכת את ציר ה-x בנקודות $(-4,0)$ ו- $(8,0)$.

אילו מבין פונקציות הבאות מתאימות לפרבולה נתונה?

(1) $f(x) = -(x - 4)(x + 8)$ (2) $g(x) = -(x + 4)(x - 8)$

ב. ישר העובר דרך נקודות $(-4,0)$ ו- $(0,8)$ חותך את הפרבולה הנתונה בנקודות A ו-B.

מצאו את משוואת הישר ואת שיעורי הנקודות A ו-B.

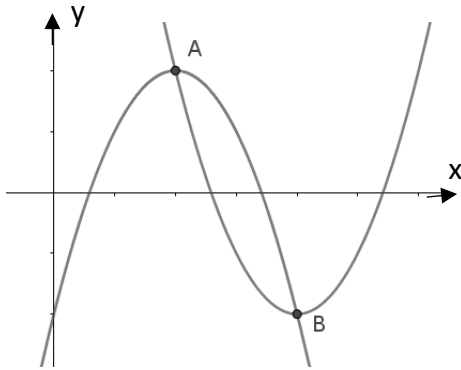
ג. מצאו עבור אילו ערכי x הישר נמצא מעל הפרבולה.

ד. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו את תשובתכם.

(1) לישר $\gamma=35$ ולפרבולה הנתונה יש נקודה משותפת אחת בלבד.

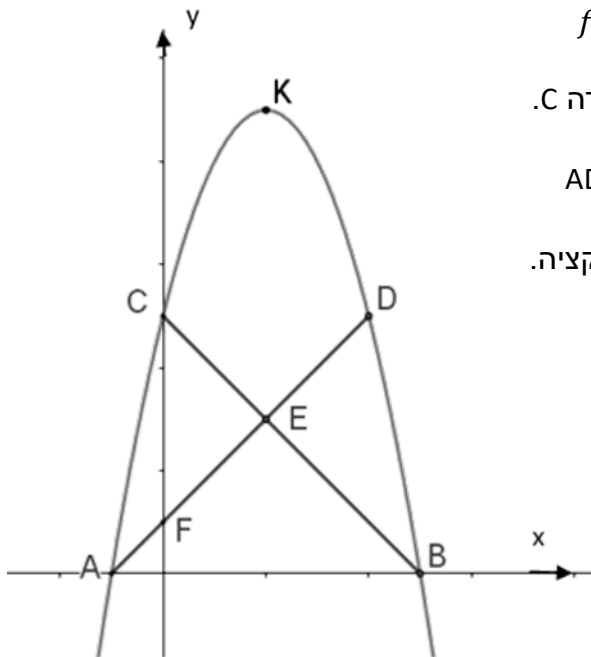
(2) לישר $\gamma=30$ ולפרבולה הנתונה יש שתי נקודות משותפות ברביע הראשון.

3. נתונות גרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2 - 8x + 14$ ו- $g(x) = 2 - (x - 2)^2$



- מצאו את שיעורי הנקודות המסומנות בשרטוט.
- פתרו את אי השוויון: $x^2 - 8x + 14 > 2 - (x - 2)^2$
- כמה נקודות חיתוך יש לכל אחד מהגרפים עם הישר $y=3$?

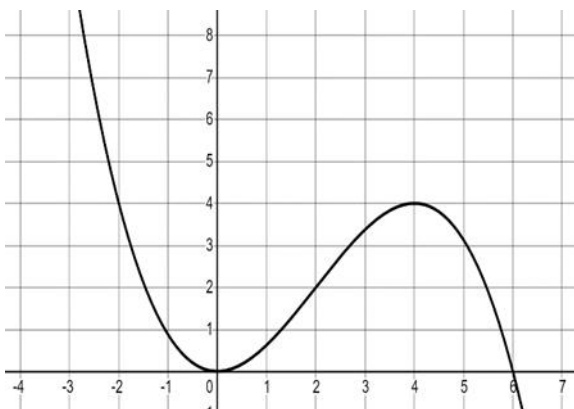
4. לפניכם גרף של פונקציה ריבועית $f(x) = -x^2 + 4x + c$



- החותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B ואת ציר ה-y בנקודה C. K היא נקודת המקסימום של הפונקציה. הקטעים CB ו-AD נחתכים בנקודה E הנמצאת על ציר הסימטריה של הפונקציה. אורך הקטע AB הוא 6 יחידות.

- מצאו את משוואת ציר הסימטריה.
- מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, K.
- מצאו את משוואת הקטע BC.
- מצאו את שיעורי הנקודות E, F ו-D.
- מצאו את שטח המשולש CFE.

5. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .



- מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = f(x) + 3$.
- היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.
 - מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(4) קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 1$

וכמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$. נמקו.

ב. מגדירים פונקציה חדשה $h(x) = -f(x)$.

(1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $h(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $h(x)$ ואת סוגן.

(3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $h(x)$.

(4) מצאו את התחום בו הפונקציה $h(x)$ יורדת ושלילית.

ג. מגדירים פונקציה חדשה $t(x) = f(x + 2)$.

(1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $t(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $t(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $t(x)$.

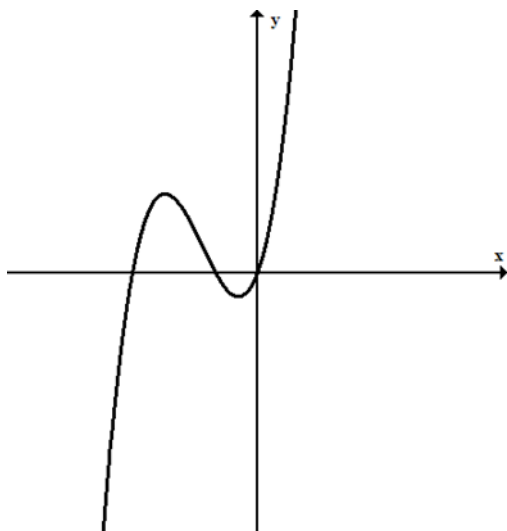
(4) קבעו האם ערך המכפלה $t(6) \cdot t(-6)$ הוא חיובי או שלילי. נמקו את תשובתכם.

ד. מגדירים פונקציה חדשה $k(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$.

(1) היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $k(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $k(x)$ עם הצירים.

(3) קבעו איזה מהסימנים $<$, $>$, $=$ מתאים בין שני הביטויים $k(4)$ ו- $3 \cdot k(-1)$. נמקו.



6. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים הן

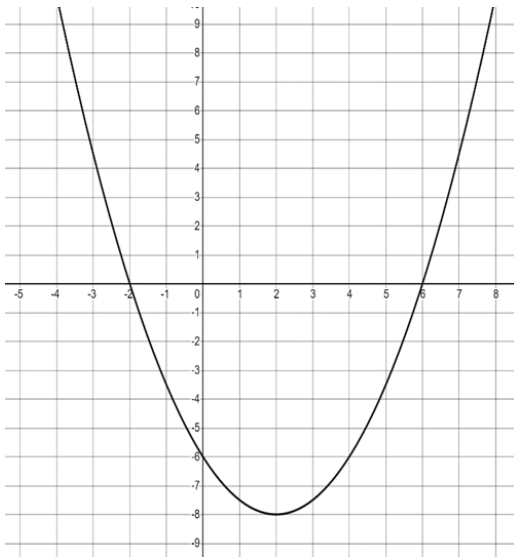
$$(-6, 0), (-2, 0), (0, 0)$$

ונקודות הקיצון שלה הן $(-1, -1)$, $(-5, 4)$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = |f(x)|$.

א. היעזרו בגרף הנתון ושרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.

- ב. מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
- ג. קבעו כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = -1$. נמקו את תשובתכם.
- ד. קבעו עבור אילו ערכים של c הישר $y = c$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$
- (1) בשתי נקודות (2) בשלוש נקודות (3) בחמש נקודות.



7. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

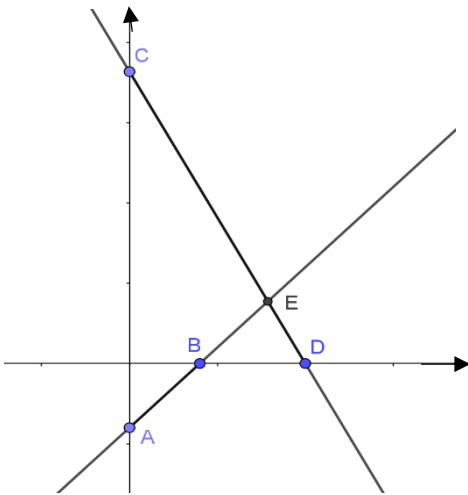
$$h(x) = \frac{1}{f(x)}$$

- מצאו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$.
- מהן האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של $h(x)$?
- מהם תחומי החיוביות והשליליות של $h(x)$?
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של $h(x)$.
- מצאו את נקודת הקיצון של $h(x)$ ואת סוגה.
- על-סמך הסעיפים הקודמים, שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

גאומטריה אנליטית

1. ישר עם שיפוע m ($m < 0$) עובר דרך הנקודה $A(1,8)$.

- הביעו באמצעות m את משוואת הישר.
- שטח המשולש שהישר יוצר עם הצירים הוא 25. מצאו את m .



- בציור מתוארים שני ישרים AB ו- CD . משוואת הישר AB היא $y = x - 3$. שני הישרים נחתכים בנקודה $E(5,2)$. נתון כי שטח המשולש AEC הוא 37.5 יח"ר.
 - מצאו את שיעורי נקודה C .
 - חשבו את שטח המשולש BDE .
 - חשבו את שטח המרובע $OBEC$ (O – ראשית הצירים)

3. נתון מרובע $ABCD$ שקדקודיו בנקודות: $A(2,5)$, $B(8,8)$, $C(11,5)$, $D(1,0)$.

- הוכיחו כי המרובע הוא טרפז.
- E נקודה על הישר העובר דרך נקודות C ו- D .

מצאו את השיעורים של הנקודה E כך שהמרובע $ABCE$ יהיה מקבילית.

4. במשולש ישר זווית ABC $\sphericalangle C = 90^\circ$.

נתון: $A(2,-1)$, $C(4,1)$. הקדקוד B נמצא על ציר ה- y .

א. מצאו את משוואות הצלעות של המשולש ABC .

ב. מצאו את משוואת הגובה ליתר AB .

ג. האם הנקודה $(7,2)$ נמצאת על הגובה הזה.

5. אחד מקדקודי ריבוע $ABCD$ הוא $A(1,-3)$ ומשוואת אחד מאלכסוניו היא $y=2x$.

א. מצאו את משוואת האלכסון השני ואת קדקוד C .

ב. מצאו את אורך צלע הריבוע.

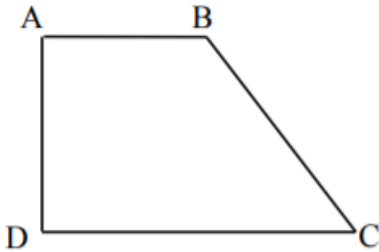
ג. מצאו את שני הקדקודים הנותרים.

6. משוואת האלכסון BD במעוין $ABCD$ היא $y=-2x+4$ וקדקוד A בנקודה $(6,2)$.

א. מצאו את קדקוד C .

ב. צלע AB מקבילה לציר ה- x . מצאו את שטח המעוין.

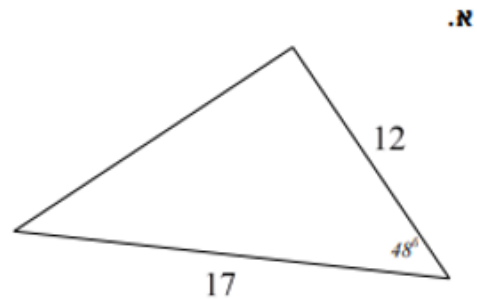
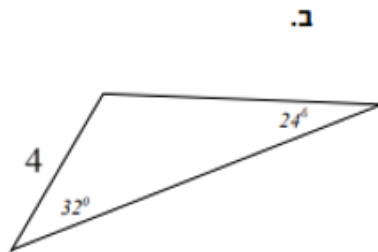
טריגונומטריה במישור



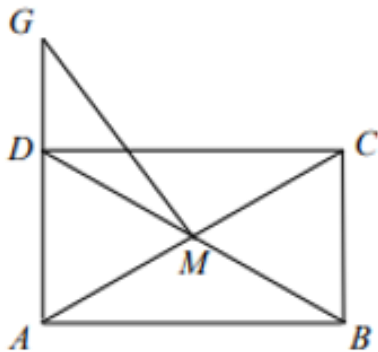
1. בטרפז ישר זווית ABCD נתון: $AB \parallel CD$, $\angle D = 90^\circ$, $BC = 4$ מ"מ, $AB = 3$ מ"מ, $DC = 5$ מ"מ.
 א. חשבו את הזווית החדה של הטרפז.
 ב. חשבו את שטח הטרפז.

2. אחת מצלעות המלבן ארוכה ב- 21 ס"מ מהצלע השניה. הזווית החדה שבין האלכסונים היא בת 38° . חשבו את צלעות המלבן.
 אורך הבסיס הגדול 20 ס"מ ואורך הבסיס הקטן 12 ס"מ.
 חשבו את היקפו של הטרפז ואת שטחו.

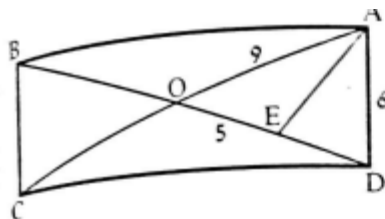
3. חשבו את שטחי המשולשים הבאים:



4. במשולש שווה שוקיים ABC ($AC = AB$) אורך השוק הוא 22 ס"מ וזווית הבסיס היא בת 70° .
 CD הוא חוצה הזווית C. מצאו את AD.



5. אלכסוני המלבן ABCD נפגשים בנקודה M.
 הנקודה G נמצאת על המשך הצלע AD.
 נתון: $AD = 3$ מ"מ, $AB = 4$ מ"מ, $DG = 1.2$ מ"מ.
 חשבו את MG.



במלבן ABCD האלכסונים נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על האלכסון BD.

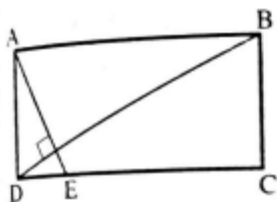
א. היעזר בנתונים שבציור והוכח:

$$\Delta ODA \sim \Delta ADE$$

ב. מבלי לחשב שטחים מצא פי כמה גדול

שטח המלבן ABCD משטח המשולש ADE.

(הדרכה: היעזר ביחס שבין שטח המשולש ODA לשטח המשולש ADE).



המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על

הצלע DC כך שהקטע AE מאונך לאלכסון BD.

א. הוכח: $\Delta ADE \sim \Delta DCB$.

ב. נתון: $AD = 5$ ס"מ, $DC = 10$ ס"מ. חשב את DE.

ג. (ללא קשר לנתונים של סעיף ב') הוכח: $AD^2 = DE \cdot DC$.