

עבודת קיץ לבוגרי כיתה ז' – מופת

תלמידים יקרים,
אנו מציידים אתכם בעבודת קיץ במתמטיקה לחזרה וריענון בנושאים השונים שנלמדו
השנה

**אין צורך להגיש את העבודה בתחילת שנת הלימודים תשפ"ג ייערך מבחן מופת
על הנושאים שנלמדו**

הנחיות חשובות :

1. פעולות אלגבריות , תכונות מספרים , סדרות
 - עמ' 1 תר' 6 – לא לעשות
 - עמ' 3 תר' 13 – לא לעשות
 - משוואות עמ' 4 תר' 1 סעיפים 1,3,4,6,10,12,15,16 לא לעשות
2. פונקציות וגרפים
 - עמ' 5 תר' 2,3 – לא לעשות
3. שאלות מילוליות
 - עמ' 7-9 תר' 2,3,8,14,17 – לא לעשות
4. גיאומטריה
 - עמ' 10-11 תר' 3,4 – לא לעשות

שימו  - אם אתם לא שולטים בנושא מסויים, תרגלו ממנו עוד תרגילים.

לדוגמא , אם אתם לא שולטים בפתרון משוואות פתרו גם את התרגילין שאין צורך
לבצע

אני מקווה שתדעו לנצל את החופשה היטב, תהנו, תנחו ותאזרו כוחות לקראת שנת
הלימודים הבאה.

בברכת חופשה מהנה,
שיר



פעולות אלגבריות, תכונות מספרים, סדרות

1. חשבו והראו את הדרך

א. $(12^2 - 11 \cdot 4) : 5 =$ ב. $9^2 + (8^2 - 1) : 3^2 =$ ג. $78 : (7^2 - 6^2) =$

2. השלימו אחד הסימנים $>$, $<$, $=$ בלי לפתור. נמקו.

א. $10 - (-11) - 4 \cdot (-5) \square 0$ ב. $-10 - (-2) + (-2.5) + 0.5 \square 0$

ג. $-\frac{1}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) \square 0$

3. הוסיפו סימני פעולות $+$, $-$, \times , $:$ וגם סוגריים במידת הצורך, כך שיתקבלו התוצאות הבאות: 1, 10, 24, 64.

$$8 \square 4 \square 2$$

4. הציבו את הסימן $+$ או $-$ בכל אחת מהמשבצות, כך שהתוצאה תהיה הגדולה ביותר האפשרית:

$$-5 \square -6 \square 3 \square -9$$

5. נתון: $a - b + c = 40$. מצא את ערך הביטויים הבאים. הסבר.

א. $(100 + a) - (200 + b) - (100 - c) =$ ב. $b - a - c =$

6. נתון: $\frac{m}{p} = -3$. חשבו את ערך הביטויים: א. $\frac{4m - 5p}{p} =$ ב. $\frac{4m - 5p}{m} =$

7. חשבו וסדרו את החזקות הבאות לפי גודל (הקטן ביותר בצד שמאל):

$$-(-2)^4, \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3}, (-2)^2, -1^6, -3^3$$

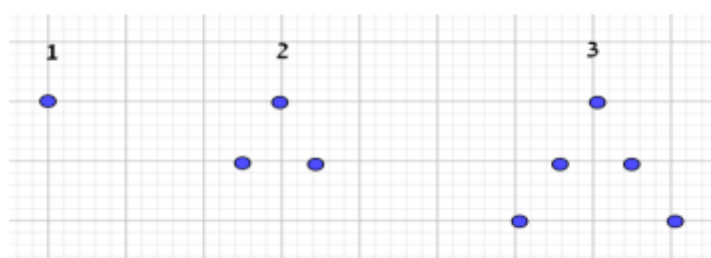
8. בביטויים הבאים, x מייצג מספר חיובי ($x > 0$) ו- y מייצג מספר שלילי ($y < 0$).

באיזה ביטוי יתקבל המספר הגדול ביותר? נמקו את תשובתכם.

$$\frac{x-y}{y} \text{ (IV)}, \frac{3y}{2x-4y} \text{ (III)}, \frac{y-8}{y-x} \text{ (II)}, y \cdot (x^2+4) \text{ (I)}$$

9. נתון: $\frac{a}{b} = 2$. חשבו את ערך הביטוי: $\frac{2b+3a}{a}$

10. לפניכם סדרה של מבנים



- א. מהו מספר הנקודות במקום ה-6? מהו מספר הנקודות במקום ה-17? כתבו תרגילים מתאימים.
 ב. כתבו ביטוי אלגברי למספר הנקודות במבנה ה- n (n - מספר טבעי).
 ג. האם בסדרה נמצא מבנה שבו 97 נקודות? אם כן, מה מקומו. אם לא, נמקו.
 ד. האם בסדרה נמצא מבנה שבו 78 נקודות? אם כן, מה מקומו. אם לא, נמקו.

11. א. נתונה סדרה של מספרים: $3, 7, 11, 15, \dots$

(1) מצאו את האיבר ה-12 בסדרה.

(2) רשמו ביטוי אלגברי לערכו של איבר בסדרה זו הנמצא במקום n .

ב. נתונה סדרה נוספת של מספרים: $144, 141, 138, \dots$

רשמו ביטוי אלגברי לערכו של איבר בסדרה זו הנמצא במקום n .

ג. האיברים הנמצאים במקום מסוים בכל אחת מהסדרות שווים זה לזה. מצאו את המקום הזה.

1. מתן התאמן במרוץ אופניים. ביום הראשון רכב 15 ק"מ ובכל יום רכב 6 ק"מ יותר מאשר ביום הקודם לו.

א. סמנו את הביטוי לחישוב אורך המסלול ביום ה- n

$$15+6n \quad (1) \qquad 15+6(n-1) \quad (2) \qquad 15+6(n+1) \quad (3)$$

ב. באיזה יום מתן רכב 69 ק"מ? נמקו.

ג. סמנו את הביטוי לחישוב מספר יום בו מתן רכב s ק"מ

$$\frac{s-9}{6} \quad (1) \qquad \frac{s-21}{6} \quad (2) \qquad \frac{s-15}{6} \quad (3)$$

ד. גם יונתן התאמן למרוץ זה. אבל ביום הראשון הוא רכב 105 ק"מ ובכל יום רכב 9 ק"מ פחות מאשר ביום הקודם לו.

באיזה יום מתן ויונתן ירכבו מרחק זהה? נמקו.

13. לקראת חגיגת הבת מצווה של הבנות, מצאו משפחות כהן ומזרחי שתי מודעות בעיתון:

"דפוס גדול" הזמנות לאירועים
משלמים סכום קבוע של 100 ש"ח
מחיר כל הזמנה 2.5 ש"ח

"דפוס מהיר" הזמנות לאירועים
מחיר כל הזמנה 4.5 ש"ח

משפחת כהן הדפיסה הזמנות ב- "דפוס מהיר".

משפחת מזרחי הדפיסה הזמנות ב- "דפוס גדול".

- א. רשמו ביטוי אלגברי לתשלום של כל משפחה. מהם התנאים המגבילים?
- ב. כמה תשלם כל משפחה עבור: 30 הזמנות, 80 הזמנות, 120 הזמנות?
- ג. עבור כמה הזמנות ישלמו שתי המשפחות אותו סכום כסף?

משוואות

1. פתרו את המשוואות הבאות:

$$(1) \quad 3(2x-10) - \frac{1}{3}(6x+9) = -1$$

$$(3) \quad 0.5(9+x) + 2.5(2x-1) = 13$$

$$(5) \quad 8\left(\frac{x}{4}-3\right) - (x+5) = 4\left(\frac{x}{2}-7\right) - 1$$

$$(7) \quad \frac{3x-2(x-1)}{5} = -\frac{1-2x}{6}$$

$$(9) \quad \frac{1}{2}(x-5) - \frac{11-4x}{5} = 12 - \frac{1}{3}(2x-3)$$

$$(11) \quad 7 - \frac{5}{x} = \frac{30}{x}$$

$$(13) \quad \frac{7x-2}{12} - \frac{4x+5}{9} = \frac{8x+1}{36}$$

$$(15) \quad \frac{144-8x}{2x+4} = 0$$

$$(17) \quad 21\left(\frac{4x}{7} - \frac{2}{3}\right) + \frac{3}{4} = 3\left(x + \frac{1}{4}\right) + 9x - 14$$

$$(19) \quad (3+2x)(x-7) = 0$$

$$(2) \quad 1\frac{1}{3}x + 2x + 1.5 = 2\frac{1}{3} + 3x$$

$$(4) \quad (x-2)(x+3) = 0$$

$$(6) \quad 5 \cdot \frac{2x-1}{4} = 3\frac{3}{4}x$$

$$(8) \quad 9.5 - 2x - \frac{5x}{12} = -\frac{x}{4} - \frac{5}{6} - 13$$

$$(10) \quad \frac{24}{x-1} = 4$$

$$(12) \quad \frac{x-5}{12} = \frac{1}{12}(x-5)$$

$$(14) \quad \frac{3x-8}{14} - \frac{2-x}{4} = x$$

$$(16) \quad \frac{3x-3}{2} = \frac{1+6x}{4}$$

$$(18) \quad \frac{1-3x}{2} = 1-3x$$

$$(20) \quad \frac{24}{1 + \frac{3}{1 + \frac{1}{x}}} = 6$$

תשובות:

- 1) $x=8$ 2) $x=\frac{5}{2}$ 3) $x=2$ 4) $x=2, x=-3$ 5) $x=0$ 6) $x=-1$ 7) $x=4\frac{1}{4}$
 8) $10\frac{10}{13}$ 9) $x=9$ 10) $x=7$ 11) $x=5$ 12) R 13) $x=-9$ 14) $x=-2$
 15) $x=18$ 16) ϕ 17) R 18) $x=\frac{1}{3}$ 19) $x=-1.5, x=7$ 20) ϕ

$$2. \text{ נתונות שתי משוואות: } \frac{x-5}{7} + 1 = \frac{x}{?} - 2 \quad \vee \quad \frac{2x-5}{3} + 4 = \frac{3x}{4} - 1$$

איזה מספר יש לרשום במקום ? כדי שפתרון המשוואה השנייה יהיה זהה

לפתרון המשוואה הראשונה?

3. א. פתרו את המשוואה: $\frac{1}{5}(6x+1) - \frac{2x-3}{3} = x-3$

ב. על סמך סעיף א, פתרו את המשוואה: $\frac{1}{5}(6y^2+1) - \frac{2y^2-3}{3} = y^2-3$

פונקציות וגרפים.

1. שרטטו את הגרף של הפונקציה הקווית $y = 5 - 3x$ וענו על השאלות הבאות

א. אילו מנקודות הבאות נמצאות על גרף הפונקציה? נמקו.

A(1, 8) B(-1, 8) C(-9, 31) D(9, -22)

ב. השלימו את השיעורים החסרים כדי שהנקודות D(5, ?), E(?, 14) תמצאנה על הגרף של הפונקציה הנתונה.

ג. הנקודות A ו-B הנתונות הן קדקודים סמוכים של ריבוע.

מצאו את שני הקדקודים הנוספים של הריבוע (שתי אפשרויות).

2. רשמו הצגה אלגברית לפונקציה קווית יורדת וחיובית בתחום $x < -2$.

3. בכל אחד מהסעיפים הבאים שרטטו במערכת הצירים גרף של פונקציה, אם ידוע כי:

א. גרף הפונקציה חותך את ציר ה-y בנקודה (0, 3) ואת ציר ה-x בנקודות (0, -2) ו-(5, 0).

ב. גרף הפונקציה עובר בנקודה (4, 1) ולא נוגע בציר ה-x.

ג. הפונקציה עולה עבור $x < -1$ ויורדת עבור $x > -1$.

ד. הפונקציה חיובית עבור $3 < x < 7$.

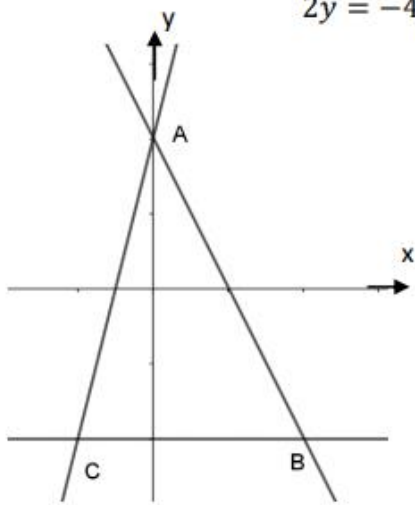
4. התאימו לכל אחד מהתיאורים שלפניכם את הפונקציות המתאימות מתוך רשימת הפונקציות הנתונות:

$$f(x) = x^2 - 4 \quad g(x) = x + 2 \quad h(x) = 2 \quad y = x^2 - 5x + 6$$

א. פונקציות שהגרף שלהן חותך את ציר ה-y בנקודה (0, 2).

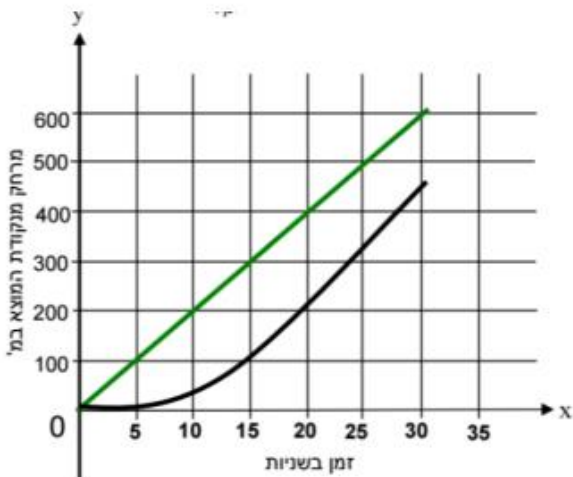
ב. פונקציות שהגרף שלהן עובר בנקודה (2, 0).

ג. פונקציות אשר הגרף שלהן חותך את ציר ה-x בנקודות (2, 0) ו-(3, 0).



5. לפניכם גרפים של פונקציות: $2y = -4$, $y + 2x = 2$, $y = 4x + 2$.

- מצאו את שטח המשולש ABC.
- מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה C ומקביל לישר AB.
- עבור איזה ערך של p הישר $y = (p + 1)x + 7$ מקביל לישר AC? רשמו את משוואת הישר.
- מצאו את נקודת החיתוך של שני הישרים שמצאתם בשני הסעיפים הקודמים.



6. שתי מכוניות צעצוע מתחרות ביניהן על אותו מסלול.

הן יצאו באותו זמן ובאותו כיוון.

הביטויים המתארים את מרחקן במטרים

מנקודת ההתחלה בזמן שחלף בשניות מיציאתן הם:

מכונית א': $20x$ מכונית ב': $\frac{1}{2}x^2$

בשרטוט מוצגים גרפים המתארים את מרחק

המכונית מנקודת היציאה, בהתאם לזמן הנסיעה.

א. התאימו כל גרף למכונית המתאימה. נמקו.

ב. איזה מכונית תגיע ראשונה למרחק 500 מטרים

מנקודת היציאה? מתי? נמקו.

ג. האם יתכן שאחת המכוניות תשיג את השנייה?

אם כן, כעבור כמה זמן? באיזה מרחק מנקודת היציאה?

אם לא, הסבירו למה?

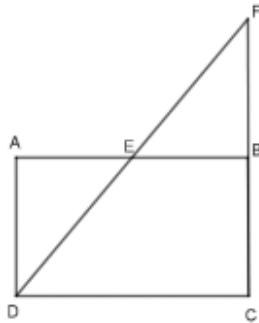
שאלות מילוליות

1. במשתלה יש 150 שתילים של עצים משלושה סוגים: זית, אורן ודקל. 30% מהשתילים הם של עצי זית. מספר שתילים של עצי אורן גדול פי 2 ממספר השתילים של עצי דקל. כמה שתילים של עצי דקל יש במשתלה?
 2. אם נגדיל זוג אחד של צלעות נגדיות של ריבוע נתון ב- 20%, נקבל מלבן שהיקפו גדול ב- 6 ס"מ מהיקף הריבוע.
 - א. מה אורך צלע הריבוע?
 - ב. בכמה אחוזים גדל השטח?
 - ג. בכמה אחוזים צריך להקטין את הצלעות האחרות, כדי שהיקף המלבן יהיה שווה להיקף הריבוע?
 3. אלעד ושירה קנו כל אחד ספר לימוד במתמטיקה במחיר שווה. לאלעד היו 70 ₪ יותר מאשר לשירה. אלעד שילם $\frac{1}{4}$ מכספו, ושירה שילמה 60% מכספה.
 - א. מייצג את סכום הכסף שהיה לשירה לפני קניית הספר.
 - ב. רשמו ביטוי אלגברי המייצג את סכום הכסף ששילמה שירה עבור הספר.
 - ג. כמה כסף היה לשירה לפני קניית הספר?
 4. בשני מיכלים היו מים. כמות המים במיכל א' הייתה גדולה פי 3 מכמות המים במיכל ב'. לאחר שהעבירו 20 ליטרים מים ממיכל א' למיכל ב', הייתה כמות המים במיכל א' קטנה ב- 12 ליטרים מכמות המים במיכל ב'. כמה מים היו בהתחלה בכל אחד מהמיכלים?
 5. לקראת מופע מכרו 120 כרטיסים משני סוגים: כרטיסים של 60 שקלים וכרטיסים של 80 שקלים.
 - א. אילו מבין המספרים הבאים אפשריים כפדיון ממכירת הכרטיסים?
4300 ₪, 7600 ₪, 9200 ₪, 10200 ₪
 - ב. בתום המופע התברר שהפדיון ממכירת הכרטיסים היה 7400 ₪. כמה כרטיסים מכל סוג נמכרו?
-

6. במפעל לסירים התקבלה הזמנה. ביום הראשון ייצרו רבע מכמות המוזמנת. ביום השני ייצרו שליש מכמות המוזמנת. ביום השלישי ייצרו 500 סירים. לאחר ספירה התברר כי עדין לא יצרו את כל הכמות המוזמנת. מהו המספר הקטן ביותר של סירים שהוזמנו? הסבירו.
7. בשני אולמות ביחד יש 200 אנשים.
אם שישית מהאנשים הנמצאים באולם הראשון יעברו לאולם השני, יהיה בשני האולמות מספר שווה של אנשים.
א. כמה אנשים היו בכל אולם בהתחלה?
ב. כמה אנשים צריכים לעבור מהאולם השני לאולם הראשון כדי שבאולם הראשון יהיה פי 3 אנשים יותר מאשר באולם השני?
ג. מהו המספר הקטן ביותר של אנשים אשר צריכים לעבור מהאולם הראשון לאולם השני, כל שמספר האנשים באולם השני יהיה גדול ממספר האנשים באולם הראשון?
8. 24% מהנבחנים לא ענו על השאלה השלישית במבחן ו-10 נבחנים טעו בה. מספר הנבחנים שענו נכון על השאלה הזו גדול פי 1.5 ממספר הנבחנים שלא ענו עליה. כמה תלמידים נבחנו במבחן הזה?
9. ביום ספורט תושבי מושב השתתפו בתחרות, המורכבת מרצף של 3 מסלולים: ריצה, רכיבה על אופניים ושחייה. אורך מסלול השחייה היה 20% מאורך מסלול הרכיבה. אורך מסלול הריצה היה חמישית מאורך מסלול השחייה. האורך של שלושת המסלולים היה 62 ק"מ. מהו אורך של כל מסלול?
10. בשעה 9:00 יצאה משאית מתל אביב לאילת, ובשעה 10:00 יצאה מונית מאילת לתל אביב. המהירות הקבועה של המשאית הייתה קטנה ב-25% מהמהירות הקבועה של המונית. המשאית והמונית נסעו באותו כביש שאורכו 340 ק"מ ונפגשו בשעה 12:00. מהי מהירות המשאית?
11. משני הצדדים של המספר 97 כותבים ספרה זהה שמתקבל מספר ארבע ספרתי המתחלק ב-27. מהי הספרה? האם קיימת אפשרות נוספת? הסבירו.

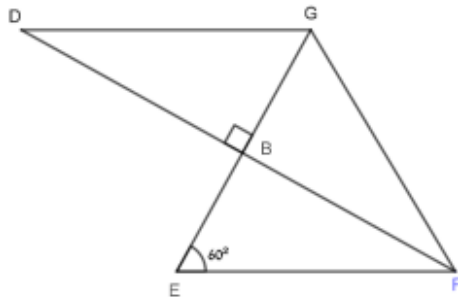
12. כל בוקר יוצאת מנמל אשדוד משאית של חברת אספקה עמוסת סחורה ליעדים שונים.
 קיבוץ "זרזיר" מרוחק מהנמל 130 ק"מ.
 בדרכה מהנמל לקיבוץ נסעה המשאית שעתיים בכביש ושעתיים בדרך עפר.
 מושב "צעירים" מרוחק מהנמל 95 ק"מ.
 בדרכה מהנמל למושב נסעה המשאית 30 דקות בכביש ו-3 שעות בדרך עפר.
 מצאו את מהירות המשאית בכביש ובדרך עפר, עם בשני המקרים מדובר באותן מהירויות.
13. קבוצת מטיילים צעדה במהירות קבועה של 3 קמ"ש. בזמן מנוחה בתחנת ביניים הם בדקו את לוח הזמנים והבינו, כי אם ימשיכו לצעוד במהירות הקודמת, יאחרו 40 דקות לארוחת ערב באכסניה. לכן הם הגבירו את מהירותם ב- $\frac{1}{3}$ והגיעו לאכסניה 45 דקות לפני ארוחת הערב.
 איזה מרחק עברו המטיילים מתחנת הביניים לאכסניה ובכמה זמן?
14. רן ואלון הם אחים תאומים. ביום הולדתם אביהם נתן להם אותו סכום כסף.
 רן קנה משחק ב-299 ₪, שהם 46% מכספו, ואלון רכש מנוי לחדר כושר ב-260 ₪.
 באיזה אחוז מכספו השתמש אלון?
15. מזכירה מקבלת תוספת של 2 שקלים על כל עמוד ללא שגיאות, ועל כל עמוד שיש בו שגיאות מנכים לה 80 אגורות. במהלך חודש אחד הדפיסה המזכירה 700 עמודים וקיבלה תוספת של 1176 ש"ח.
 כמה עמודים הדפיסה ללא שגיאות?
16. יוני ורוני רצו לקנות מצלמה ב-600 ש"ח. לאף אחד מהם לא היה די כסף לקנות בעצמו.
 אמר יוני: "אם תיתן לי 0.6 מכספך, יהיה סכום כסף, המספיק בדיוק לקניית המצלמה".
 אמר רוני: "אם תיתן לי שליש מכספך, יהיה לי סכום כסף, המספיק בדיוק לקניית המצלמה".
 כמה כסף היה לכל אחד מהם?
17. במפעל מסוים 35% מהעובדים הן נשים.
 במהלך השנה פיטרו מטעמי ייעול 20% מהנשים ועוד 18 גברים.
 סך הכל פחת מספר העובדים ב-16%.
 כמה עובדים נותרו במפעל לאחר הפיטורים?

גאומטריה



1. במלבן ABCD חיברו את הקדקוד D עם אמצע הצלע AB (נקודה E), והאריכו את הקטע DE עד המפגש עם המשך הצלע BC בנקודה F.
- הוכיחו, כי הנקודה B היא אמצע הקטע CF.
 - מצאו איזה חלק מהווה שטח המשולש EBF משטח המרובע BCDE.

2. בשרטוט נתון, כי $EF \parallel DG$ ו-EG חוצה את הזווית $\angle DGF$.

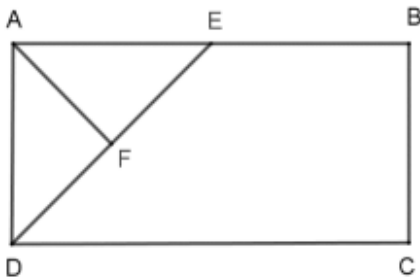


- כמו כן נתון כי $\angle GBD = 90^\circ$ ו- $\angle GEF = 60^\circ$.
- איזה סוג משולש הוא $\triangle EGF$?
 - איזה סוג משולש הוא $\triangle DGF$?
 - האם המשולשים DBG ו-FBE חופפים זה לזה? אם כן, הוכיחו את החפיפה. אם לא, הסבירו מדוע.

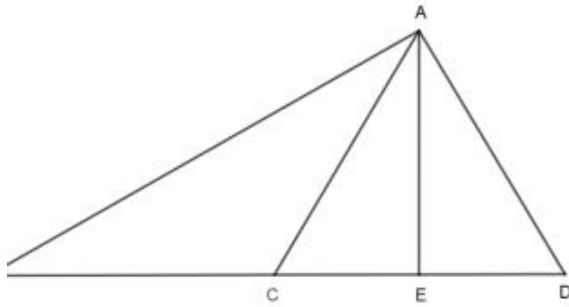
3. במלבן ABCD הנקודה E היא אמצע AB,

הנקודה F היא אמצע DE.

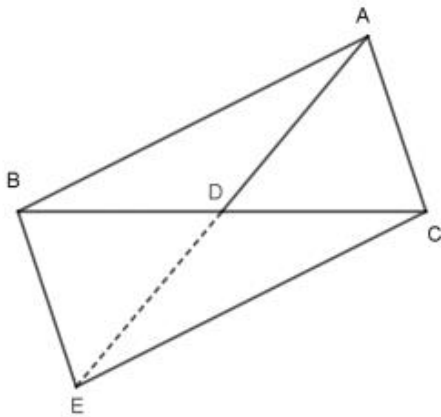
נתון: $AB = 2AD$



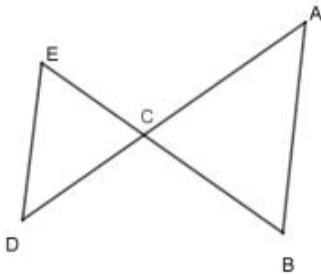
- הוכיחו כי משולש AFE שווה שוקיים.
- פי כמה גדול שטח המלבן ABCD משטח המשולש AFE?
- בחרו את הטענה הנכונה בהכרח ונמקו את בחירתכם:
 - משולש ADF שווה צלעות
 - משולש DEC שווה צלעות
 - המשך הקטע AF חוצה את הקטע CD
 - $EC = EB$



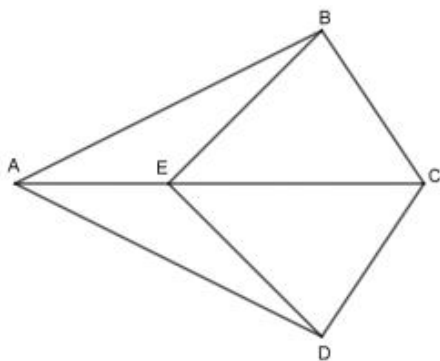
4. בשרטוט שלפניכם הנקודות B, C, D ו-E נמצאות על אותו ישר.
 נתון: $AE \perp BD$, $BC = AC = AD$.
 הוכיחו כי שטח המשולש ABC גדול משטח המשולש ADE.



5. AD הוא תיכון לצלע BC במשולש ABC.
 א. הוכיחו כי למשולשים ABD ו-ACD שטחים שווים.
 ב. האריכו את הקטע AD כאורכו ($ED = AD$) ואת הנקודה E חיברו עם הנקודות B ו-C.
 הוכיחו כי: (1) $EB \parallel AC$
 (2) $AB = CE$



6. הקטעים AD ו-BE נחתכים בנקודה C.
 המשולשים ABC ו-DEC הם משולשים שווים שוקיים.
 $CD = ED$ ו- $AB = AC$.
 הוכחו: $AB \parallel DE$



7. הנקודה E נמצאת על הקטע AC.
 $BE = DE$, $BC = DC$.
 הוכיחו כי משולש ABD הוא שווה שוקיים.